

This Question Paper consists of 32 questions [Section-A (24) + Section-B (4 + 4)] and 16 printed pages.
इस प्रश्न-पत्र में 32 प्रश्न [खण्ड 'अ' (24) + खण्ड 'ब' (4 + 4)] तथा 16 मुद्रित पृष्ठ हैं।

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

अनुक्रमांक

Code No. 51/ASS/3

कोड नं.

SET/सेट

A

MATHEMATICS

गणित
(311)

Day and Date of Examination

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators

1.

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2.

General Instructions :

- 1 Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
- 2 Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
- 3 Making any identification mark in the answer-book or writing roll number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
- 4 Write your Question Paper Code No. 51/ASS/3, Set-**A** on the answer-book.
- 5 (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the answer-book.
(b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.

सामान्य अनुदेश :

- 1 परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
- 2 कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
- 3 उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
- 4 अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या 51/ASS/3, सेट-**A** लिखें।
- 5 (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :
अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
(ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों / गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।

311/51/ASS/3_A]

1



[Contd...

MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे]

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (i) This Question Paper consists of **two** Sections, viz., 'A' and 'B'.
 - (ii) *All* questions from Section 'A' are to be attempted. However, in some questions, internal choice is given.
 - (iii) Section 'B' has **two** options. Candidates are required to attempt questions from **one** option only.

- निर्देश :**
- (i) इस प्रश्न-पत्र में दो खण्ड हैं – खण्ड 'अ' तथा खण्ड 'ब' ।
 - (ii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों को हल करना है । कुछ प्रश्नों के अन्तर्गत विकल्प दिये गये हैं ।
 - (iii) खण्ड 'ब' में दो विकल्प हैं । परीक्षार्थियों को केवल एक विकल्प के ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।



SECTION - A

खण्ड - अ

- 1 Express the complex number $\frac{2+i}{3-4i}$ in the form $a+ib$ and find its modulus. 2

$\frac{2+i}{3-4i}$ को $a+ib$ रूप में व्यक्त कीजिए तथा इसका मापांक ज्ञात कीजिए ।

- 2 Let $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ and $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. 2

Find A' and B' and show that B' is a subset of A' .

माना $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ तथा $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

A' तथा B' ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि B' , समुच्चय A' का उपसमुच्चय है ।

- 3 If ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 11 : 1$, find n . 2

यदि ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 11 : 1$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए ।

- 4 Out of 6 boys and 4 girls, a committee of 5 is to be formed. In how many ways can this be done if at least two girls are to be included in the committee. 2

6 लड़कों और 4 लड़कियों में से 5 सदस्यों की एक कमेटी बनानी है । यदि कमेटी में कम से कम दो लड़कियों को अवश्य लेना हो, तो कितनी विधियों से कमेटी बनाई जा सकती है ?



- 5 Find the equation of a circle, which passes through the origin and which makes intercepts a and b on the coordinate axes. 2

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो मूल बिन्दु में से होकर जाता है तथा जो निर्देशांक अक्षों पर a तथा b अन्तःखण्ड बनाता है ।

- 6 Find four numbers forming a G.P. in which third term is greater than the first by 9 and the second term is greater than the fourth by 18. 2

एक गुणोत्तर श्रेणी में चार संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनमें तीसरी संख्या, पहली संख्या से 9 अधिक है तथा दूसरी संख्या, चौथी संख्या से 18 बड़ी है ।

- 7 Find the domain and range of the function 2

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}.$$

फलन $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ का प्रान्त और परिसर ज्ञात कीजिए ।

OR/अथवा

Let $f(x) = x - \frac{1}{x}$. Find $f(x^3)$ and $f\left(\frac{1}{x}\right)$. Also show that

$$[f(x)]^3 = f(x^3) + 3f\left(\frac{1}{x}\right).$$

माना $f(x) = x - \frac{1}{x}$ $f(x^3)$ तथा $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ज्ञात कीजिए तथा दर्शाइए कि

$$[f(x)]^3 = f(x^3) + 3f\left(\frac{1}{x}\right).$$



8 Prove that / सिद्ध कीजिए :

2

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{8}{19}\right) = \frac{\pi}{4}$$

9 Find the condition that one root of the quadratic equation $px^2 - qx + p = 0$ may be 1 more than the other. 3

वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $px^2 - qx + p = 0$ का एक मूल, दूसरे मूल से 1 अधिक हो ।

OR/अथवा

If α, β are roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, then form a quadratic

equation whose roots are $\alpha + \frac{1}{\beta}$ and $\beta + \frac{1}{\alpha}$.

यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के α और β दो मूल हों तथा एक ऐसा द्विघात

समीकरण बनाइए जिसके मूल $\alpha + \frac{1}{\beta}$ तथा $\beta + \frac{1}{\alpha}$ हों ।



- 10 Verify that $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^3 - 4A^2 + A = O$ where O is a 3 zero matrix of order 2×2 .

सत्यापित कीजिए कि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ समीकरण $A^3 - 4A^2 + A = O$ को सन्तुष्ट करता है जब कि O , 2×2 कोटि का शून्य आव्यूह है ।

OR/अथवा

Prove that / सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

- 11 If $f(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, then find $f'(x)$. 3

यदि $f(x) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right]$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, तो $f'(x)$ ज्ञात कीजिए ।

OR/अथवा

Find the equation of tangent to the curve $y = -5x^2 + 6x + 7$ at the point

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{35}{4} \right).$$

वक्र $y = -5x^2 + 6x + 7$ की बिन्दु $\left(\frac{1}{2}, \frac{35}{4} \right)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।



12 Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :

3

$$\int e^x \frac{(1 + x \log x)}{x} dx$$

OR/अथवा

Evaluate / मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{(\pi - 2x)^2}$$

13 The odds against manager A settling the wage dispute with workers are 8:6 and the odds in favour of manager B settling the same dispute are 14:16

3

(i) Find the probability that neither settles the dispute, if both of them try independently

(ii) Find the probability that dispute is settled

मैनेजर A के लिए वेतन सम्बन्धी झगड़ा मिटाने के प्रतिकूल संयोगानुपात 8:6 है तथा मैनेजर B के लिए वही झगड़ा निपटाने के अनुकूल संयोगानुपात 14:16 है ।

(i) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि कोई भी झगड़ा निपटाने में सफल नहीं होगा यदि दोनों अलग अलग प्रयत्न करें ।

(ii) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि झगड़ा निपट जाएगा ।



- 14 If the 2nd, 3rd and 4th terms in the expansion of $(x + a)^n$ are 240, 720 and 1080 respectively, find the values of x , a and n . 4

यदि $(x + a)^n$ के प्रसार में दूसरा, तीसरा और चौथा पद क्रमशः 240, 720 तथा 1080 हों, तो x , a तथा n के मान ज्ञात कीजिए ।

- 15 Find the distance of the point $P(4,1)$ from the line $4x - y = 0$ measured along the line making an angle of 135° with the +ve direction of x -axis. 4

बिन्दु $P(4,1)$ की रेखा $4x - y = 0$ से वह दूरी ज्ञात कीजिए जिसे x -अक्ष की धनात्मक दिशा से 135° का कोण बनाने वाली रेखा के साथ साथ मापा जाए ।

- 16 Calculate the mean and standard deviation for the following data : 4
- निम्न आंकड़ों का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए :

Wages per day (in ₹) प्रतिदिन वेतन (₹)	No. of workers कामगारों की संख्या
upto ₹ 100 तक	9
upto ₹ 200 तक	26
upto ₹ 300 तक	58
upto ₹ 400 तक	81
upto ₹ 500 तक	121
upto ₹ 600 तक	139
upto ₹ 700 तक	140



- 17 If $y = \sin^{-1} x$, then show that $(1 - x^2)y_2 - x y_1 = 0$ where y_1 and y_2 are first and second order derivatives of y w.r.t. x . 4

यदि $y = \sin^{-1} x$ हो, तो दर्शाइए कि $(1 - x^2)y_2 - x y_1 = 0$ जहाँ y_1 तथा y_2 क्रमशः प्रथम तथा द्वितीय कोटि के x के सापेक्ष अवकलज हैं ।

OR/अथवा

If $y = (\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{\dots \dots \dots \infty}}}}}$,

then show that $\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2 \tan x}{1 - y(\log \cos x)}$.

यदि $y = (\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{(\cos x)^{\dots \dots \dots \infty}}}}}$ हो,

तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2 \tan x}{1 - y(\log \cos x)}$.

- 18 Solve the differential equation : 4
- अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x - y + 2) \frac{dy}{dx} = 1$$



- 19 Find the coordinates of foci, the vertices, the length of major and minor axis 4

and the eccentricity of ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$.

दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 36$ की नाभि, शीर्ष, दीर्घ अक्ष तथा लघु अक्ष की लम्बाई तथा उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए ।

- 20 Using matrices, solve the following system of equations : 6

आव्यूहों द्वारा, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + z = 4, \quad -x + y + z = 0, \quad x - 3y + z = 2$$

- 21 Evaluate / मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$ 6

OR / अथवा

Evaluate $\int_2^3 x^2 dx$ as the limit of sums.

$\int_2^3 x^2 dx$ को योग की सीमा के रूप में ज्ञात कीजिए ।



22 Find the general solution of the equation :

6

निम्न समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$\tan x + \sec x = \sqrt{3}$$

OR/अथवा

In any ΔABC , prove that $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{a} \cos\left(\frac{A}{2}\right)$

किसी ΔABC में, सिद्ध कीजिए : $\sin\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{b-c}{a} \cos\left(\frac{A}{2}\right)$

23 Show that $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + n(n+1)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + n^2(n+1)} = \frac{3n+5}{3n+1}$.

6

दर्शाइए कि $\frac{1 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + \dots + n(n+1)^2}{1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + \dots + n^2(n+1)} = \frac{3n+5}{3n+1}$ ।

24 Show that the height of a closed right circular cylinder of a given volume and least surface is equal to its diameter.

6

दर्शाइए कि एक दिये गए आयतन वाले बन्द लम्ब वृत्तीय बेलन, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम है, की ऊँचाई उसके व्यास के बराबर है ।



SECTION - B

खण्ड - ब

OPTION - I

विकल्प - I

(Vectors and Three-Dimensional Geometry)

(सदिश तथा त्रि-आयाम ज्यामिति)

- 25 Find a unit vector in the direction of vector $3\vec{a} - 2\vec{b}$ where $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ 2

and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ हो तो सदिश $3\vec{a} - 2\vec{b}$ की दिशा में एक एकक सदिश ज्ञात कीजिए ।

- 26 The position vectors of three points P, Q and R are $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$ 3

and $-\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$. Show that the points P, Q and R are collinear.

बिन्दुओं P, Q तथा R के स्थिति सदिश क्रमशः $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$ हैं । दर्शाइए कि बिन्दु P, Q तथा R संरेख हैं ।



- 27 Find the equation of the plane through the points (3, 4, 2) and (7, 0, 6) and which is perpendicular to the plane $2x - 5y = 15$. 4

बिन्दुओं (3, 4, 2) तथा (7, 0, 6) में से होकर जाने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतल $2x - 5y = 15$ पर लम्ब है ।

OR/अथवा

Show that the points $P(1, 2, -2)$, $Q(2, 3, -4)$ and $R(3, 4, -3)$ form a right angled triangle. Also name the right angle.

दर्शाइए कि बिन्दु $P(1, 2, -2)$, $Q(2, 3, -4)$ तथा $R(3, 4, -3)$ एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं। समकोण का नाम भी लिखिए ।

- 28 Find the radius of the circle given by the equations 6

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 12z - 36 = 0, \quad x + 2y - 2z = 1.$$

समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 12z - 36 = 0$, $x + 2y - 2z = 1$ द्वारा प्राप्त वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।



OPTION - II

विकल्प - II

(Mathematics for Commerce, Economics and Business)

(वाणिज्य, अर्थशास्त्र तथा व्यापार के लिए गणित)

- 25 A man has 500 shares of par value ₹ 10 each of a company and 100 debentures 2 of par value ₹ 100 each.

The company pays an annual dividend of 10% on shares and an interest of 15% on debentures. Find his total income and rate of return on investment.

एक व्यक्ति के पास ₹ 10 सममूल्य वाले 500 शेयर तथा ₹ 100 सममूल्य वाले 100 डिबेन्चर हैं । कम्पनी शेयरों पर 10% लाभांश तथा डिबेन्चरों पर 15% ब्याज देती है । उसकी कुल आय तथा उसके निवेश पर लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए ।

- 26 Find the simple aggregative index number for the year 2010 taking 2002 as the 3 base year.

वर्ष 2002 को आधार वर्ष मानकर वर्ष 2010 के लिए सरल समूही मूल्य सूचकांक ज्ञात कीजिए:

Commodity (पण्य)	A	B	C	D	E
Price in 2002 (in ₹) 2002 में मूल्य (₹)	280	340	210	315	185
Price in 2010 (in ₹) 2010 में मूल्य (₹)	360	400	240	365	225



- 27 A man takes an Endowment insurance policy (with profits) of ₹ 60,000 taken at the age of 25 years for a term of 20 years. Find the amount of annual premium assuming the following. 4

Tabular premium / 1000 : ₹ 50.80

Rebate for sum assured : ₹ 2/1000

Rebate for mode of payment : 3% of premium

25 वर्ष की आयु में 20 वर्ष के लिए ली गई ₹ 60,000 की धन समर्पण (एन्डोमेंट) बीमा पॉलिसी (लाभ सहित) के लिए वार्षिक प्रीमियम की गणना कीजिए। दरें निम्न हैं :

तालिका प्रीमियम / 1000 : ₹ 50.80

बीमा राशि के हेतु छूट : ₹ 2/1000

भुगतान विधि पर छूट : तालिका प्रीमियम का 3%

OR/अथवा

A dealer purchases 20 computers at ₹ 22,500 per computer. On each computer he earns ₹ 2,500 and pays VAT at 8%. What will be total sale price of these 20 computers and how much VAT he has to pay ?

एक दुकानदार ₹ 22,500 प्रति कम्प्यूटर की दर से 20 कम्प्यूटर खरीदता है। वह प्रत्येक पर ₹ 2,500 कमाता है तथा 8% की दर से वैट देता है। 20 कम्प्यूटरों का कुल विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए। उसे कितना वैट देना पड़ेगा ?



28 The demand function for a monopolist is given by $x = 100 - 4p$, where x is the number of units of the product, produced and sold, and p is the price per unit. Find

- (i) total revenue function
- (ii) average revenue function
- (iii) marginal revenue function and
- (iv) price and quantity at which $MR=0$

एक एकाधिकारी का मांग फलन $x = 100 - 4p$ द्वारा दिया जाता है जबकि x उत्पादन तथा विक्रय की गई इकाइयों की संख्या तथा प्रति इकाई का मूल्य p है ।

ज्ञात कीजिए :

- (i) कुल आय फलन
 - (ii) औसत आय फलन
 - (iii) सीमान्त आय फलन तथा
 - (iv) मूल्य तथा मात्रा जिस पर $MR=0$
-

